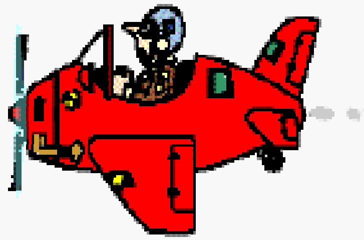


DETERMINAN

Slide : Tri Harsono

PENS - ITS

Definisi Determinan

- *Adalah:* sekumpulan bilangan sebanyak n^2 yg disusun dalam bentuk matriks bujur sangkar berukuran nxn
- *Penulisan:* Suatu determinan tingkat n, A dapat ditulis:

$$\Delta n = \det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Determinan tingkat n

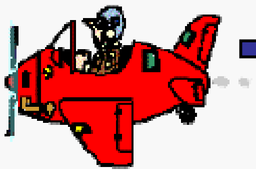
Minor dan Kofaktor

- Minor elemen i,j (= M_{ij}) dari suatu det(A) adalah: determinan sisa bila baris ke-I dan kolom ke-j dari det(A) dihapus.
- Kofaktor elemen i,j (= K_{ij}) dari suatu det(A) adalah:

$$K_{ij} = (-1)^{i+j}.M_{ij}$$

atau

$$K_{ij} = \begin{cases} M_{ij}, & i+j = \text{genap} \\ -M_{ij}, & i+j = \text{ganjil} \end{cases}$$



Contoh Determinan

- Determinan ordo 3x3

$$D_3 = \det(A_{3\times 3}) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

- Beberapa <u>determinan Minor-nya</u> :

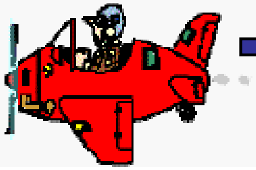
$$M_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad M_{32} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}, \quad M_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Contoh Determinan

- Beberapa determinan Kofaktor-nya :

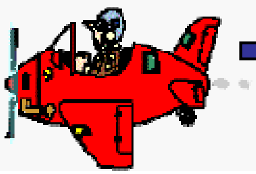
$$K_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}, K_{21} = -M_{21} = -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$K_{32} = M_{32} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}, K_{33} = M_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$



Nilai suatu Determinan

- Ada 2 cara menghitung Nilai suatu Determinan:
  1) Aturan SARRUS
     - Hanya untuk menghitung nilai det. Tingkat 2 dan 3 saja
  2) Ekspansi Kofaktor
     - Untuk menghitung nilai det semua tingkat det.



Aturan SARRUS

$$D_2 = \det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Determinan tingkat 2

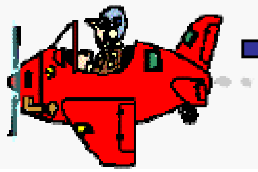
Aturan SARRUS

$$D_3 = \det(A) = \left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right. = \begin{array}{l} a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ -a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{array}$$

Determinan tingkat 3

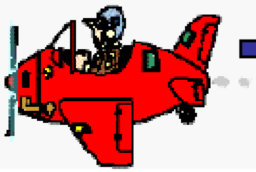
Sifat-Sifat Determinan

- Det. Bernilai NOL bila salah satu brs/kol semua nilainya NOL
- Det, bernilai NOL bila dua brs/dua kol berkelipatan/sebanding
- Det bernilai NOL bila dua brs/dua kol elemen-elemen yg bersesuaian SAMA
- Bila dalam Det salah satu brs/kol merupakan jumlahan dua suku maka dapat dijadikan sebagai jumlahan dua determinan yg baru
- Perkalian skalar k dengan suatu Det hasilnya adalah : suatu Det dg salah satu brs/satu kol saja yang dikalikan dengan skalar k
- Dua baris/dua kol dalam suatu Det ditukar, maka nilai Det baru akan berlawanan dengan Det semula



Aturan Cramer

- Aturan Cramer digunakan utk mencari penyelsaian dari sistem persamaan linier simultan (sbgmana matriks)
- Sistem Pers Linier AX=B



The End of Determinan