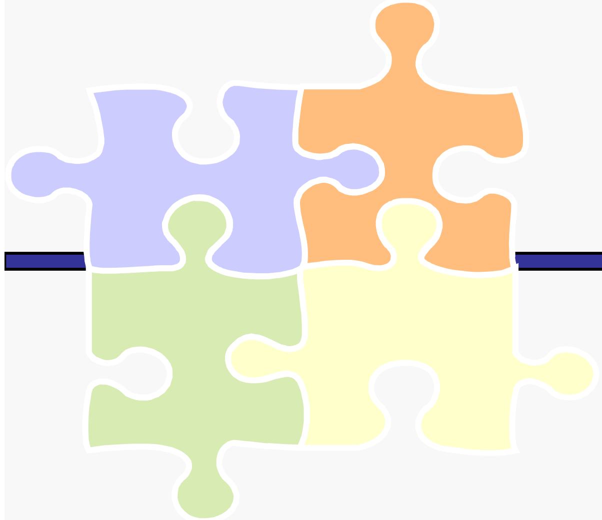
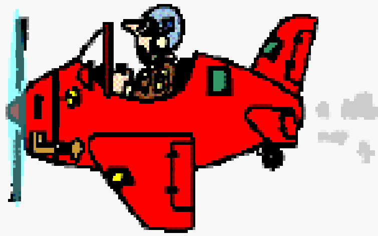




MATRIKS

Slide : Tri Harsono

PENS - ITS

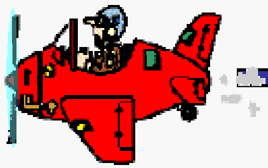
Sifat Matriks

- Perkalian dua matriks tidak komutatif
- Perkalian dua matriks bersifat assosiatif dan distributif

$AB \neq BA$ — tidak komutatif

$(AB)C = A(BC)$ — assosiatif

$A(B+C) = AB + AC$ — distributif



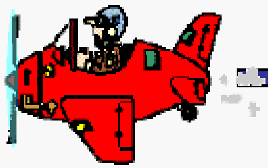
Jenis-Jenis Matriks

1) Matriks bujur sangkar :

jml brs = jml kol. (m = n)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ & & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Elemen diagonal utama a_{ij}, $i = j$



Jenis-Jenis Matriks

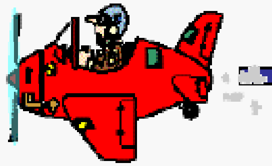
2) Matriks Segitiga Atas dan Segitiga Bawah

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$$

Matriks segitiga atas
$a_{ij} = 0$, $i > j$ dan
$aij \neq 0$, $i \leq j$

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Matriks segitiga bawah
$a_{ij} = 0$, $i < j$ dan
$aij \neq 0$, $i \geq j$

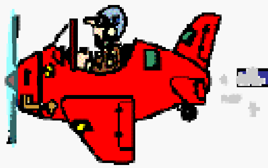


Jenis-Jenis Matriks

3) Matriks Diagonal (=D)

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Bentuk bujur sangkar, semua elemen NOL, kecuali elemen diagonal, $a_{ij} \neq 0$, $i = j$ dan **$a_{ij} = 0$, $i \neq j$**

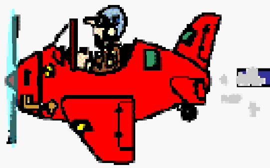


Jenis-Jenis Matriks

4) Matriks Satuan (=I)

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I = aij = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$



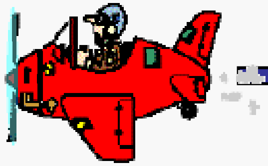
Jenis-Jenis Matriks

5) Matriks Skalar

$$S = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

$$S = a_{ij} = \begin{cases} k, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Matriks satuan adalah bentuk khusus dari matriks skalar, dg nilai k = 1



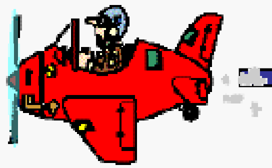
Jenis-Jenis Matriks

6) Matriks transpose

B adalah tanspose dari matriks A, bila $b_{ij} = a_{ji}$ atau matriks baru hasil dari pertukaran baris dg kolom

Sifat matriks transpose :

1. $(A + B)^T = A^T + B^T$
2. $(A^T)^T = A$
3. $k(A)^T = (kA)^T$
4. $(AB)^T = B^T A^T$



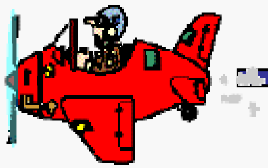
Jenis-Jenis Matriks

7. <u>Matriks Simetri</u> : matriks bujur sangkar dimana transposenya adl dirinya sendiri

$$A^T = A$$

8. <u>Matriks Skew Simetri</u> : matriks bujur sangkar dimana transposenya adl negatif dari dirinya sendiri

$$A^T = -A$$



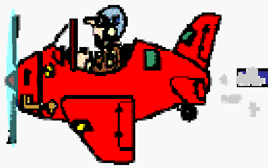
Jenis-Jenis Matriks

9. <u>Adjoint Matrix</u> : transpose dari matriks kofaktornya

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & & & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj } A = K^T$$

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \cdots & & & \cdots \\ K_{m1} & K_{m2} & \cdots & K_{mn} \end{pmatrix}$$



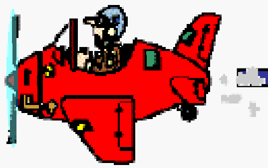
Jenis-Jenis Matriks

- <u>Kofaktor</u> = determinan baru dimana elemen2 nya dihasilkan dari :

  $$K_{ij} = (-1)^{i+j}.M_{ij}$$

- <u>Minnor</u> = determinan baru hasil dari penghapusan baris ke-i dan kolom ke-j
- *Contoh* : Tentukan Adjoint matriks A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$



Jenis-Jenis Matriks

10. Matriks Karakteristik.

A = matriks bujur sangkar

I = matriks identitas

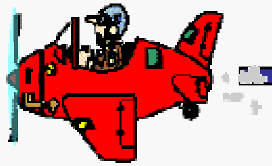
- Persamaan sistem linier:

$$Y = AX$$

Dimana A = matriks karakteristik,

X = matriks variabel (output),

Y = input



Jenis-Jenis Matriks

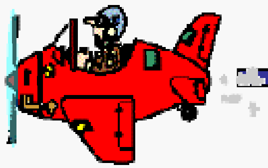
- Besaran untuk mengukur karakteristik dari A:
  - Dinyatakan $Y = \lambda x$

$$A = \lambda x$$

$$A - \lambda I$$ → Matriks karakteristik

$$|A - \lambda I| = 0$$ → Persamaan karakteristik

λ = akar karakteristik (Eigen Value) dari matrik karakteristik A



Jenis-Jenis Matriks

- *Contoh* : Tentukan eigen value dari :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

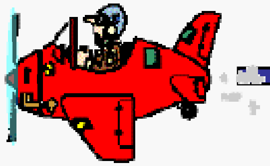
Jenis-Jenis Matriks

11. Matriks Invers

$$A^{-1} = \frac{Adj A}{|A|} \qquad |A| \neq 0$$

- *Contoh* : Tentukan matriks invers dari :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$



Sistem Persamaan Linier

- Bentuk Umum sistem persamaan linier:

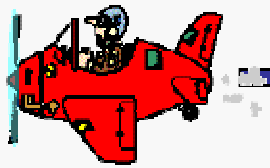
$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+ \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+ \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\ldots$$

$$a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+ \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

$\boxed{AX = B}$ → Bentuk matriks

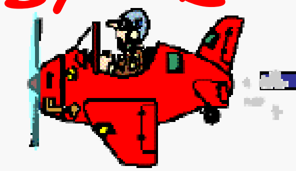


Penyelesaian sistem pesamaan linier menggunakan matriks

- Ada 2 cara :
  - Adjoint matriks
  - Augmented matriks
- Contoh : Carilah variabel x, y, dan z pada sistem persamaan linier simultan berikut.

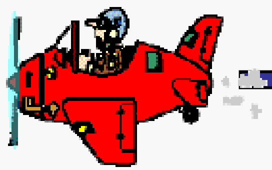
$$2x + y + z = 1$$
$$x + y + z = 2$$
$$x + 2y - z = -1$$

Menggunakan :
1. Adjoint matriks/Invers matriks
2. Augmented matriks



Penyelesaian sistem pesamaan linier menggunakan matriks

- Augmented matriks: ada istilah Operasi Baris Elementer (OBE)
- OBE digunakan utk menyederhanakan elemen-elemen yang dikehendaki
- Augmented adalah tambahan
- Augmented matrix = matriks yang mengandung kolom tambahan
- Pivoting element = elemen yg digunakan untuk “referensi/acuan” membuat NOL elemen-elemen di bawah atau diatasnya



Penyelesaian sistem pesamaan linier menggunakan matriks

- Soal: Selesaikan sistem persamaan linier di bwh ini:

(a). $2x + y - z = 1$

$-x + 3y - z = 2$

$-2x + y + z = 3$

(b). $x_1 - x_2 + x_3 = 0$

$2x_1 + 4x_2 = -6$

$4x_2 + 3x_3 = -4$

(c). $60u - 40v = 6$

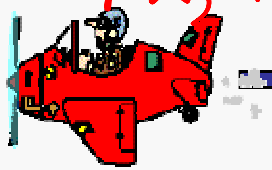
$-40u + 90v - 10w = -12$

$-10v + 60w = 12$

(d). $x + 2y - z = -1$

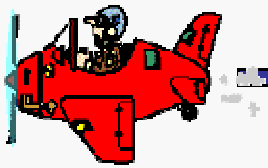
$2x + y + z = 1$

$x + y + z = 2$



Implementasi Matriks dan Determinan Pada Rangkaian Listrik

- Di dalam rangkaian listrik ada dua komponen :
  - Komponen aktif : arus, tegangan, daya, dll
  - Komponen pasif : resistor, induktor, kapasitor, dll
- Komp aktif adalah komponen yang menghasilkan/mengalirkan tenaga (sumber)
- Komp pasif adalah komponen yang menerima tenaga.

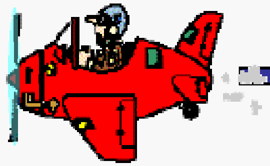


Hukum Ohm dan Khircoff

- Hk. Ohm: tegangan yang masuk pada suatu komponen pasif besarnya sama dengan aus yg mengalir pd komp tsb dikalikan dengan resistansinya. $V = IR$

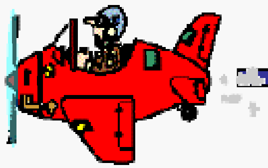
- Hk. Khircoff 1 (KVL):"Jumlah tegangan yang ada pada suatu loop tertutup sama dengan NOL. $\sum V=0$

- Hk.Khircoff 2 (KCL): jumlah arus yang masuk pada suatu node/titik sama dengan jumlah arus yang keluar dari node tsb. $\sum I=0$



Metode utk Menghitung Besaran Pd Suatu Rangkaian Listrik

- Ada 2 metode untuk menghitung besaran (misal arus) dalam suatu rangkaian:
  - Metode Arus Cabang
  - Metode Arus Loop



The End Of Matrix